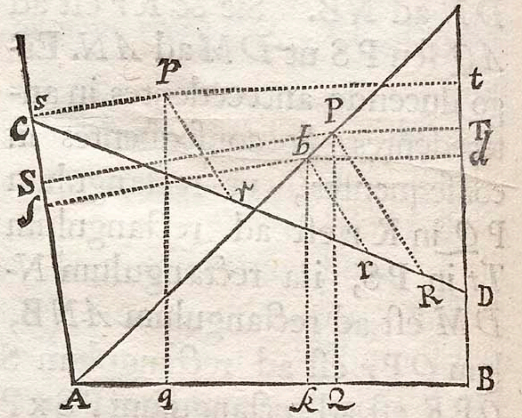
Lemma XVIII.

Iiſdem poſitis, ſi rectangulum ductarum ad oppoſita duo latera Trapezii P *Q* x P *R ſit ad rectangulum ductarum ad reliqua duo latera* P S x P *T in data ratione; punctum* P, *a quo lineæ ducuntur, tanget Conicam ſectionem circa Trapezium deſcriptam.*

Per puncta *A*, B, *C*, *D* & aliquod infinitorum punctorum P, puta *p*, concipe Conicam ſectionem deſcribi: dico punctum P hanc ſemper tangere. Si negas, junge *A* P ſecantem hanc Conicam ſectionem alibi quam in P ſi fieri poteſt, puta in *b*. Ergo ſi ab his punctis *p* & *b* ducantur in datis angulis ad latera Trapezii rectæ *pq*, *pr*, *ps*, *pt* & *bk*, *b*r, *bſ*, *bd*; erit ut *bk* x *b*r ad *bd* x *bſ* ita (per Lemma XVII) *pq* x *pr* ad *ps* x *pt* & ita (per hypoth.) P *Q* x P *R* ad P S x P *T*.



Eſt & propter ſimilitudinem Trapeziorum *bkAſ*, P *QA*S, ut *bk* ad *bſ* ita P *Q* ad P S. Quare applicando terminos prioris propoſitionis ad terminos correſpondentes hujus, erit *b*r ad *bd* ut P *R* ad P *T*. Ergo Trapezia æquiangula *D*r*bd*, *DR*P*T* ſimilia ſunt, & eorum diagonales *Db*, *DP* propterea coincidunt. Incidit itaq; *b* in interſectionem rectarum A P, *D* P adeoq; coincidit cum puncto P. Quare punctum P, ubicunq; ſumatur, incidit in aſſignatam Conicam ſectionem. *Q. E. D.*

Corol. Hinc ſi rectæ tres P *Q*, P R, P S a puncto communi P ad alias totidem poſitione datas rectas A B, *C D*, A *C*, ſingulæ ad ſingulas, in datis angulis ducantur, ſitq; rectangulum ſub duabus ductis P *Q* x P *R* ad quadratum tertii, P S *quad.* in data ratione: punctum

Scho-

P, a quibus rectæ ducuntur, locabitur in ſectione Conica quæ tangit lineas *A* B, *C D* in *A* & *C* & contra. Nam coeat linea *BD* cum linea *AC* manente poſitione trium *A* B, *C D*, *AC*; dein coeat etiam linea P *T* cum linea P S: & rectangulum *P* S x P *T* evadet P S *quad.* rectæq; *A* B, *C D* quæ curvam in punctis *A* & *B*, *C* & *D* ſecabant, jam Curvam in punctis illis coeuntibus non amplius ſecare poſſunt ſed tantum tangent.

Scholium.

Nomen Conicæ ſectionis in hoc Lemmate late ſumitur, ita ut ſectio tam rectilinea per verticem Coni tranſiens, quam circularis baſi parallela includatur. Nam ſi punctum *p* incidit in rectam, qua quævis ex punctis quatuor *A*, *B*, *C*, *D* junguntur, Conica ſectio vertetur in geminas rectas, quarum una eſt recta illa in quam punctum *p* incidit, & altera recta qua alia duo ex punctis quatuor junguntur. Si trapezii anguli duo oppoſiti ſimul ſumpti æquentur duobus rectis, & lineæ quatuor P *Q*, P *R*, P S, P *T* ducantur ad latera ejus vel perpendiculariter vel in angulis quibuſvis æqualibus, ſitq; rectangulum ſub duabus ductis P S x P R æquale rectangulo ſub duabus aliis P S x P *T*, Sectio conica evadet Circulus. Idem fiet ſi lineæ quatuor ducantur in angulis quibuſvis & rectangulum ſub duabus ductis P *Q* x P *R* ſit ad rectangulum ſub aliis duabus P S x P*T* ut rectangulum ſub ſinubus angulorum S, *T*, in quibus duæ ultimæ PS, P*T* ducuntur, ad rectangulum ſub ſinubus angulorum *Q*, *R*, in quibus duæ primæ P *Q*, P *R* ducuntur. Cæteris in caſibus Locus puncti P erit aliqua trium figurarum quæ vulgo nominantur Sectiones Conicæ. Vice autem Trapezii *A* B *C D* ſubſtitui poteſt quadrilaterum cujus latera duo oppoſita ſe mutuo inſtar diagonalium decuſſant. Sed & e punctis quatuor *A*, *B*, *C*, *D* poſſunt unum vel duo abire in infinitum, eoq; pacto latera figuræ quæ ad puncta illa convergunt,

eva-